В. И. САФОНОВ, О. А. БАКАЕВА, Е. А. ТАГАЕВА

Потенциальные возможности интерактивной среды Geogebra в реализации преемственности математического образования «школа-вуз»

Статья посвящена исследованию потенциальных возможностей информационных технологий в реализации преемственности математического образования. Методологической основой исследования выступили основные положения преемственности образования и информатизации образования. При анализе проблемы использовались такие методы, как анализ и синтез, а также системный и структурно-функциональный подходы.

Анализ проблемы реализации преемственности математического образования показал, что при обучении математике дидактические возможности информационных технологий могут быть реализованы в большем объеме, чем при изучении других предметных областей. Определены потенциальные возможности информационных технологий в реализации преемственности математического образования. Выявленные потенциальные возможности продемонстрированы на примере решения задач алгебры и начал анализа в интерактивной среде GeoGebra.

Проведенное исследование показало, что математические пакеты, позволяющие решать задачи как школьного, так и вузовского курса математики, могут выступать в качестве эффективного инструмента решения проблемы преемственности математического образования. Обучающиеся могут получить опыт решения задач с использованием программных средств уже на уровне среднего образования, который будет востребован в ходе продолжения математического образования в вузе.

Ключевые слова: образование, математическое образование, обучение, преемственность, информационные технологии

Ссылка для цитирования:

Сафонов В. И., Бакаева О. А., Тагаева Е. А. Потенциальные возможности интерактивной среды Geogebra в реализации преемственности математического образования «школа-вуз» // Перспективы науки и образования. 2019. № 1 (37). С. 431-444. doi: 10.32744/pse.2019.1.32

V. I. SAFONOV, O. A. BAKAEVA, E. A. TAGAEVA

Potential capabilities of the Geogebra interactive environment during the implementation of the continuity of the "school-university" mathematical education

The paper is devoted to the study of the potential capabilities of information technologies during the implementation of the continuity of mathematical education. The methodological basis of the study were the main provisions of the continuity of education and informatization of education. Such methods as analysis and synthesis, as well as system and structural-functional approaches, were used in the analysis of the problem.

Analysis of the problem of the implementation of continuity of mathematical education showed that when teaching mathematics, didactic capabilities of information technologies might be implemented to a greater extent than during the study of other subject areas. Potential capabilities of information technologies during the implementation of the continuity of mathematical education. The identified potential capabilities are demonstrated by the example of solving problems of algebra and precalculus in the GeoGebra interactive environment.

The study conducted showed that mathematical packages that allow solving problems of both school and university courses of mathematics might act as an effective tool for solving the problem of continuity of mathematical education. Students are able to gain experience in solving problems using software already at the level of secondary education, which will be in demand in the course of the continuation of mathematical education at the university.

Key words: education, mathematical education, training, continuity, information technologies

For Reference:

Safonov, V. I., Bakaeva, O. A., & Tagaeva, E. A. (2019). Potential capabilities of the Geogebra interactive environment during the implementation of the continuity of the "school-university" mathematical education. *Perspektivy nauki i obrazovaniya – Perspectives of Science and Education*, 37 (1), 431-444. doi: 10.32744/pse.2019.1.32 (In Russ., abstr. in Engl.)

Введение

На современном этапе развития общества возросла роль информатизации различных его сфер. Это, в свою очередь, привело к росту потребности в информации, в средствах ее получения, хранения, обработки, передачи и применения, к появлению и развитию новых информационных технологий.

Использование информационных технологий в образовании требует пересмотра методики преподавания различных математических дисциплин, в том числе алгебры и начал математического анализа, так как именно эти разделы математического образования изучаются в старшей школе и нуждаются в качественном визуальном сопровождении. Также необходимо выяснить и оценить потенциальные возможности информационных технологий в обучении как школьников, так и студентов.

Применение информационных технологий в процессе обучения математике определяет логику усвоения предмета, позволяя обучающемуся эффективно осваивать данную дисциплину: проверять ответ; получать наглядную картинку, которая поможет решить задачу; развить самостоятельность и навыки самоконтроля; демонстрировать математические закономерности более явно и открыто; показывать взаимосвязь между двумя предметными областями – математикой и информатикой. Необходимость применения возможностей информационных технологий при обучении математике связана также с тем, что требования, предъявляемые обществом к уровню математической подготовки выпускников, неуклонно растут, что объясняется широкими возможностями практического применения математики [1]. Кроме того, при обучении математике дидактические возможности информационных технологий можно реализовать более широко, чем при изучении других предметных областей. Одна из причин этого заключается в том, что информационные технологии включают в себя большую математическую составляющую [2].

В настоящее время деятельность сферы образования регулируется нормативно-правовыми документами, которые включают не только описание стандартов и требований по осуществлению образовательной деятельности, но и декларируют использование средств информационных технологий в процессе этой деятельности [3]. Так, например, Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) среднего (полного) общего образования устанавливает определенные требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы [4]. Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности.

Требования к предметным результатам освоения учащимися базового курса алгебры и начал математического анализа включают навыки использования готовых компьютерных программ при решении задач. Однако, даже при условии наличия компьютеров в школах, актуальна проблема закупки и установки соответствующего программного обеспечения, а квалификация учителей не всегда позволяет реализовать в полном объеме возможности информационных технологий в процессе преподавания математических дисциплин.

В вузе Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки «Математика» (уровень бакалавриата) включает различные математические дисциплины, эффективное изучение которых возможно только при условии использования информационных технологий. В стандарте говорится, что в результате освоения данной программы бакалавриата студент должен обладать: «...способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной ... культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-2); способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем (ОПК-4)» [5].

Таким образом, для реализации преемственности математического образования целесообразно изучение ряда тем школьного курса математики, в том числе алгебры и начал математического анализа, с использованием информационных технологий [6].

Проблеме преемственности в воспитании, обучении и образовании посвящено большое число исследований: в рамках связей между различными ступенями системы образования, в частности между средней школой и вузом (А.В.Батаршев, Н.Н.Дербеденева, Л.С.Капкаева [7], Ю.А.Кустов и др.); в контексте математической готовности выпускника школы к обучению в вузе (И.В.Антонова, М.Е.Ткаченко и др.) [8; 9]; с позиций математической подготовки студента к будущей профессиональной деятельности [10].

Большинство авторов подчеркивают, что основой успешного обучения математике школьников и студентов является преемственность в содержании математического образования, в формах организации и методах обучения. Взаимодействие между школой и вузом должно быть обязательно встречным, направленным на обеспечение плавного перехода от одного уровня математической подготовки к другому и в современных условиях должно осуществляться адекватно тем основным задачам, которые призваны обеспечить непрерывное математическое образование. Преемственность рассматривается как основное условие обеспечения непрерывности образования. Принцип непрерывности означает преемственность между всеми ступенями обучения на уровне методологии, содержания и методики.

Существуют различные точки зрения на понятие «преемственность». С одной стороны, она рассматривается как связь между отдельными предметами в процессе обучения; с другой – как простое использование полученных ранее знаний при дальнейшем изучении того же самого предмета; также, как постоянство и единообразие требований, предъявляемых учащимся при переходе из класса в класс. Но во всех случаях преемственность понимается как некоторая связь. «Под преемственностью в педагогических процессах и явлениях понимается такая связь старого с новым и нового со старым, когда возникающие в условиях этой связи диалектические противоречия разрешаются путем организованного взаимодействия соответствующих компонентов».

Что касается использования информационных технологий в образовании, то в настоящее время в данной сфере накоплен значительный опыт. Известны исследования, в которых решались проблемы создания и использования программно-педагогических средств учебного назначения в процессе обучения студентов и школьников (С.А.Бешенков, Е.Ы.Бидайбеков, С.Г.Григорьев, В.В.Гриншкун, И.В.Роберт, М.И.Шутикова и др.). Многие авторы разрабатывали методики обучения различным разделам математики и отдельным темам, с использованием компьютера в качестве

инструмента познания (В.А.Далингер, П.П.Дьячук, В.Р.Майер и др.), изучали методические аспекты применения компьютерных математических пакетов в обучении (Е.А.Дахер, С.А.Дьяченко, Т.В.Капустина, С.В.Карпухина, И.В.Марусева и др.).

В то же время, анализ вузовских учебников и учебных пособий по математическим дисциплинам показал, что имеется ряд работ, в которых предлагается решение задач с использованием информационных технологий [11–13]. Например, в учебном пособии [11] значительное внимание уделено решению задач математического анализа с использованием системы компьютерной математики Mathcad. Для студентов Mathcad является важным помощником в решении этих задач, позволяя освободить их от рутинных математических вычислений и сосредоточить внимание на ключевых вопросах изучаемого материала. В работе [12] содержится описание методов решения задач по математическому анализу с помощью компьютерной алгебры Derive, а также приведены примеры программ вычисления значения функций, определения производных, вычисления интегралов, разложения функции в ряд Тейлора и т. д.

Как видно из анализа литературы, проблема использования информационных технологий при обучении математическим дисциплинам студентов в вузе освещена достаточно подробно, однако в средней школе решению данной проблемы не уделяется достаточного внимания. Это связано, в том числе и с тем, что недостаточно исследованы потенциальные возможности информационных технологий в аспекте реализации преемственности математического образования между школой и вузом.

Материалы и методы

Методологической основой исследования потенциальных возможностей информационных технологий в математическом образовании выступили основные положения принципа преемственности: единство педагогических требований в средней и высшей школе; непрерывное использование и развитие усвоенных знаний в процессе учебной и производственной деятельности, единство методов, форм и средств обучения, тематическое и временное согласование программ смежных курсов.

Использование системного и структурно-функционального подходов позволило рассмотреть преемственность математического образования с разных точек зрения и определить роль и место информационных технологий в ее реализации, выявив их потенциальные возможности в реализации преемственности математического образования.

При проведении исследования с учетом указанных подходов были реализованы следующие этапы:

1. Исследование методических систем обучения математике в школе и в вузе.
2. Изучение и обобщение опыта использования информационных технологий в математическом образовании.
3. Выявление связей, позволяющих реализовать преемственность математического образования между школой и вузом.
4. Определение потенциальных возможностей информационных технологий для реализации преемственных связей на основе результатов, полученных на предыдущих этапах исследования.
5. Анализ возможностей различных классов программного обеспечения, которое может быть использовано для обучения математике в школе и в вузе в аспекте реализации преемственности.

Результаты исследования

Как показывает практика, при обучении математике в школе используются в основном стандартные средства: встроенный калькулятор (обычного и инженерного вида), табличный процессор Microsoft Excel, интернет-сервисы свободного доступа для разного рода вычислений. Однако выполнение вычислений при решении задач алгебры и математического анализа, например, исследование функций в старших классах, требует применения более профессиональных программных средств.

В вузе при изучении математического анализа и других точных дисциплин в зависимости от типа решаемых задач используются различные математические пакеты. Наиболее востребованными и приспособленными для символьных вычислений считаются следующие программные продукты: 1С: Математический конструктор, Maple, MathCad, Mathematica, MATLAB и др. [14]. Спектр задач, решаемых подобными системами, весьма широк: проведение математических расчетов, решение уравнений и систем; решение задач дифференциально-интегрального исчисления; моделирование процессов любой природы; расчетно-графические работы; анализ и обработка данных; визуализация научной и инженерной графики и пр.

Достоинствами данных систем являются наглядность, эффективность процесса восприятия нового материала, создание визуальных образов математических объектов, и, как следствие, быстрота и точность выполнения математических расчетов. Каждая из указанных систем имеет множество преимуществ как вычислительного, так и наглядного характера. Но, несмотря на это, вышеперечисленные пакеты инструментов имеют свои недостатки. Mathematica, например, содержит набор специальных команд, не всегда понятных школьникам на интуитивном уровне. Поэтому, чтобы провести вычисления с ее помощью, сначала необходимо изучить основные команды и операторы данной программы.

Система MATLAB широко используется в технике и науке для анализа большого объема данных и организации вычислений, визуализации процессов математического моделирования. Однако в школьной практике необходимость использовать сложные и многофункциональные инструменты существует не всегда. К тому же для таких мощных математических пакетов, как Mathematica, MATLAB, MathCad, Maple, требуются определенные финансовые затраты. Несмотря на всю многофункциональность, данные системы компьютерной и вычислительной математики не имеют качественных средств для решения и объяснения задач школьного курса алгебры и математического анализа.

Из вышесказанного можно констатировать отсутствие преемственной связи между школой и вузом относительно профессиональных инструментов информационных технологий по сопровождению математического образования. Поэтому при решении математических задач следует применять универсальные программные продукты, которые могли бы использоваться как школьниками, так и студентами вуза. Одной из таких программ для решения математических задач, а особенно задач по алгебре и началам математического анализа, является GeoGebra [15].

GeoGebra – это бесплатная, кроссплатформенная динамическая математическая программа для всех уровней образования [16].

Geogebra – одна из самых популярных среди образовательных математических

программ во всем мире [17, 18]. Она включает в себя такие разделы, как геометрия, алгебра, таблицы, графы, статистика и арифметика, математический и комплексный анализ. Данный программный продукт относится к свободному ПО, который к тому же можно использовать в режиме онлайн на разных языках [19]. На официальном сайте программы предоставляется возможность скачивания последней версии программы под необходимую операционную систему [16]. Таким образом, большим преимуществом данного программного продукта является как онлайн-использование, так и работа в автономном режиме, а также интеграция с офисными приложениями. GeoGebra обладает возможностью перенесения чертежей для дальнейшего использования в текстовых и графических редакторах.

Использование интерактивной среды GeoGebra целесообразно при изучении тех разделов математики, в которых кроме вычислений необходимо выполнять и геометрические построения, что способствует лучшему пониманию изучаемого материала, развитию пространственного мышления [20]. GeoGebra может применяться для демонстрации теорем при изучении теоретического материала, что позволяет наглядно изображать изучаемые математические объекты, способствуя лучшему пониманию материала. Однако главным достоинством таких программ является возможность создания динамических чертежей и текстов, которые делают видимыми движения, сечения и показывают изменчивость свойств геометрических фигур [21].

GeoGebra обладает большим обучающим потенциалом, который выражается в различных способах представления и решения математических задач [22; 23]. Проиллюстрируем практические и потенциальные возможности использования интерактивной среды GeoGebra для вычисления наибольшего (наименьшего) значения функции и нахождения точек экстремума, для чего рассмотрим практический пример исследования функции из школьного курса математики.

Задача. Построить график функции $f(x)=x^3-x^2-x$, ее производной, найти точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции [24; 25].

Проведем анализ использования различных возможностей интерактивной среды GeoGebra при решении указанной задачи. Эти возможности включают численно-аналитическое и визуальное исследование функции, а также использование специальных возможностей GeoGebra.

1. Численно-аналитическое исследование функции.

Используя стандартный алгоритм нахождения точек экстремума и наибольшего (наименьшего) значения функции, проведем исследование функции и построим ее график.

Достоинством GeoGebra является автоматическое построение графика функции при вводе формульной зависимости в левое окно программы. На рис. 1, рис. 2 красным цветом показана исходная функция и ее график.

При помощи пиктограммы «Производная», расположенной на виртуальной клавиатуре, программа находит производную функции и сразу строит ее график в том же окне, где располагается график исходной функции (см. рис. 1-2).

Приравняв производную функции к нулю, находим точки экстремума функции. Далее находим наименьшее и наибольшее значение функции (см. рис. 3-4).

Рис. 1 Задание графика функции и ее производной

Рис. 2 Графики функции и производной

$$c: 3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$L_1 = \text{Solve}(c)$$

$$\rightarrow \left\{ x = -\frac{1}{3}, x = 1 \right\}$$

Рис. 3 Точки экстремума функции

$$a = f\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$\rightarrow 0.19$$

$$b = f(1)$$

$$\rightarrow -1$$

Рис. 4 Наибольшее и наименьшее значения функции

2. Специальные возможности GeoGebra.

К специальным возможностям программы GeoGebra относится универсальный инструмент «Специальные очки», позволяющий получить практически полное исследование функции: нахождение значения точек экстремума, нахождение координат точек пересечения с осями абсцисс и ординат.

При нажатии на инструмент «Специальные очки» (см. рис. 5.)

Рис. 5 Инструмент «Специальные очки»

на рабочей области появляются точки пересечения производной функции с осями координат (выражения A, B, D) (см. рис. 6 и 7) и точки перегиба функции (выражение C). Далее находим наименьшее и наибольшее значения функции (выражения a и b) (см. рис. 8).

Рис. 6 Вычислительная область

Рис. 7 Точки экстремума функции, точки пересечения функции с осями координат

Рис. 8 Исследование функции с помощью инструмента «Специальные очки»

Как можно видеть, результаты исследования функции с помощью специальных возможностей совпали с результатами численно-аналитического метода.

3. Визуальное исследование функции.

Используя графические возможности Geogebra, можно построить график функции и ее производной. Также имеется возможность по данным графикам найти точки экстремума и наибольшее (наименьшее) значение функции.

Для построения графика данной функции можно воспользоваться следующим алгоритмом:

1. В строке ввода записываем функцию и строим ее график.
2. Добавляем в рабочую область ползунки.
3. Отмечаем на графике функции точку (например, точку A).
4. Проводим касательную к графику функции через точку A.
5. С помощью инструмента определяем угол наклона касательной к положительному направлению оси абсцисс.
6. Задаем координаты произвольной точки B, как $B=(x(A), k)$.
7. Указываем на точку B и выбираем функцию «Оставлять след».
8. Указываем на точку A и, держа нажатой левую кнопку мыши, двигаем точку A вверх и вниз по графику функции.
9. Точка A, оставляя след, вычерчивает график производной функции.

Прodelав данные преобразования, получаем график производной функции (см. рис. 9).

Рис. 9 Результат визуального исследования функции

С помощью данного алгоритма демонстрируется геометрический смысл производной, изменение углового коэффициента касательной к графику функции, график производной функции, промежутки возрастания и убывания функции. Точки экстремума, наименьшее и наибольшее значение функции находятся в этом случае приблизительно, используя увеличения масштаба.

Следует отметить, что аналогичные по содержанию и формулировке задачи встречается в вузовском курсе математического анализа, которые также возможно решать

в системах, подобных Geogebra, что подтверждает необходимость реализации преемственности математического образования, при этом информационные технологии являются тем средством, которое может оказать существенную помощь в ее реализации [26].

Таким образом, основные результаты теоретического исследования представлены в следующих положениях:

1. Выявлены основные направления реализации преемственности математического образования.

2. Проанализированы программные средства, которые могут быть использованы при обучении математике в условиях преемственности математического образования между школой и вузом. Выявлены их достоинства, недостатки и особенности использования.

3. Определены потенциальные возможности информационных технологий в реализации преемственности математического образования:

– *демонстрация* (возможность наглядного представления графического материала в процессе обучения);

– *визуализация* (наглядное представление на экране компьютера изучаемых объектов: геометрического чертежа на плоскости, в пространстве, исследование и построение графика функции, использование возможностей 3D-моделирования и отражения динамического процесса любой природы);

– *интерактивность* (возможность активного взаимодействия учащихся с компьютерной системой, где каждое действие пользователя вызывает ответное действие системы, и, наоборот, изменение системы требует подтверждение пользователя);

– *моделирование* (интерпретация информации об изучаемых или исследуемых объектах в виде таблиц [27], графиков, создание предметной виртуальной среды для тренинга при подготовке к будущей профессиональной деятельности [28]);

– *многократное использование* (возможность быстрого доступа к программе, работа в on-line и автономном режиме, сохранение проекта с возможностью открытия и дальнейшего редактирования);

– *автоматизация* (обработка вычислений, статистическая обработка, обработка и построение графиков, таблиц, диаграмм).

4. Выявленные потенциальные возможности продемонстрированы в процессе проведенного анализа использования при решении задач алгебры и начал анализа интерактивной среды GeoGebra, в частности, на примере численно-аналитического и визуального исследования функции.

Обсуждение результатов

Использование информационных технологий позволяет добиваться качественно новых знаний и результатов во всех сферах человеческой деятельности, открывая большие перспективы и возможности в сфере образования.

Появление математического программного обеспечения позволяет сделать процесс обучения наглядным, интерактивным и способствует повышению уровня мотивации учащихся, а также подготовки обучающихся к продолжению математического образования. Эффективным инструментом решения проблемы преемственности математического образования могут выступать различные математические пакеты, по-

звolyающие решать задачи как школьного, так и вузовского курса математики. Полученный школьниками опыт решения задач с использованием программных средств будет востребован в ходе продолжения математического образования в вузе.

Заключение

Выявленные потенциальные возможности информационных технологий позволяют повысить эффективность обучения математике за счет усиления наглядности учебного материала, индивидуализации и дифференциации процесса обучения, обеспечения объективности контроля, оценки знаний, умений и навыков и др. Всё это востребовано как в школьном, так и в вузовском математическом образовании, что позволяет использовать указанные потенциальные возможности информационных технологий для реализации преемственности математического образования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Роберт И. В. Теория и методика информатизации образования (психолого-педагогический и технологический аспекты): Монография. М.: ИИО РАО, 2010. 356 с.
2. Сафонов В. И. Применение ИТ при изучении дисциплин предметной области «Математика и информатика» // Информатика: проблемы, методология, технологии: сборник материалов XVII международной научно-методической конференции. Воронежский государственный университет. 2017. № 3. С.284–289.
3. Федеральный закон Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» : ред. от 21 декабря 2012 г.
4. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования [Электронный ресурс]. URL: <http://минобрнауки.рф/документы/2365>. (дата обращения: 26.09.2018).
5. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 01.03.01 Математика (уровень бакалавриата) [Электронный ресурс]. URL: <http://fgosvo.ru/news/1/403#Par35>. (дата обращения: 28.09.2018).
6. Тагаева Е. А. Теоретические основы обучения учащихся старших классов решению задач по алгебре и началам математического анализа в условиях преемственности между школой и вузом // Гуманитарные науки и образование. 2016. № 3. С. 58–61.
7. Капкаева Л. С. Преемственность в организации самостоятельной работы студентов в условиях бакалавриата и магистратуры // Интеграция образования. 2012. № 2. С. 42–47.
8. Зайниев Р. М. Инновационные технологии при реализации преемственности в математической подготовке инженерно-технических кадров // Вестник РУДН серия «Информатизация образования». 2009. № 1. С. 43–49.
9. Антонова И. В. Реализация принципа преемственности обучения математике в средней и высшей школах: дис. ... канд. пед. наук. Москва, 2005. 197 с.
10. Тагаева Е. А. Реализация преемственности обучения решению задач по алгебре и началам математического анализа в системе «школа-вуз» посредством информационно-коммуникационных технологий // Педагогическая информатика. 2016. № 4. С. 27–31.
11. Асланов Р. М., Ли О. В., Мурадов Т. Р. Математический анализ. Краткий курс : учебное пособие для студентов высших учебных заведений. М.: Прометей, 2014. 284 с.
12. Половко А. М. Derive для студента. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 352 с.
13. Томсон В. С., Сукачева Т. Г. Использование компьютерных технологий в обучении математическому анализу. Дифференциальное исчисление : учебно-методическое пособие. Великий Новгород, 2015. 54 с.
14. Сафонов В. И. Реализация методов математики и информатики с использованием возможностей специализированных программных продуктов // Учебный эксперимент в образовании. 2016. № 3. С.19–26.
15. Тагаева Е. А. Возможности использования программы GeoGebra при решении задач по алгебре и началам математического анализа в средней школе // Учебный эксперимент в образовании. 2018. № 1. С. 48–52.
16. GeoGebra Free Math Apps – used by over 100 Million Students & Teachers Worldwide. [Электронный ресурс]. URL: <http://geogebra.org>. (дата обращения: 26.09.2018).
17. GeoGebra – бесплатная математическая программа. [Электронный ресурс]. URL: <https://vellisa.ru/> (дата обращения: 26.09.2018).
18. Klllogjeri Qamil, Klllogjeri Pellumb. GeoGebra: calculation of centroid // European researcher. 2012. № 9-3 (30). С. 1527–1537. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18429926>

19. Binterová H., Šulista M. GeoGebra software use within a content and language integrated learning environment // *European Journal of Contemporary Education*. 2013. № 2 (4). С. 100–116. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19406235>
20. Radović, Slaviša Teaching materials «Surface area of geometric figures, created using the software package Geogebra» // *European journal of contemporary education*. 2013. № 4. С. 72–80.
21. Ларин С. В. Алгебра и математический анализ с GeoGebra // *Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В. П. Астафьева*. 2013. № 1. С. 236–240.
22. Алексанян Г. А. Применение возможностей программы GeoGebra при изучении темы «Простейшие преобразования графиков» // *Современные проблемы науки и образования*. 2017. № 5. URL: <http://science-education.ru/ru/article/view?id=26815> (дата обращения: 27.09.2018).
23. Громова Е. В., Сафуанов И. С. Применение компьютерной математической программы GeoGebra в обучении понятию функции // *Образование и наука*. 2014. № 4. С. 113–131.
24. Алимов Ш. А. Алгебра и начала математического анализа 10–11 классы: учебник для учащихся общеобразоват. учреждений (базовый и углубл. уровни). М. : Просвещение, 2016. 463 с.
25. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. В 3 т. Т.3. Гармонический анализ. Элементы функционального анализа. М.: Дрофа, 2006. 351с.
26. Ференчук Л. В. Проблемы преемственности в обучении математике между школой и вузом // *Территория науки*. 2013. № 5. С. 20–25.
27. Бакаева О. А. Особенности использования кросстабуляции в педагогике и образовательном процессе // *Интеграция образования*. 2012. №. 1. С. 58–61.
28. Бакаева О.А. Классификация и использование электронных образовательных ресурсов в современном образовательном процессе: коллективная монография «Инновационное развитие науки и образования». Пенза, 2018. С. 24–31.

REFERENCES

1. Robert I.V. Theory and technique of informatization of education (psychology and pedagogical and technological aspects): Monograph. Moscow, 2010. 356 p. (in Russian)
2. Safonov V.I. Application of IT when studying disciplines of subject domain "Mathematician and informatics". *Informatics: problems, methodology, technologies: collection of materials XVII of the international scientific and methodical conference*. Voronezh State University, 2017, no. 3, pp. 284–289. (in Russian)
3. The Federal law of the Russian Federation of December 29, 2012 No. 273-FZ "About education in the Russian Federation": it is accepted on December 21, 2012. (in Russian)
4. Federal state educational standard of secondary education. Available at: <http://минобрнауки.рф/документы/2365>. (accessed 26.09.2018). (in Russian)
5. The federal state educational standard of the higher education in the direction of preparation 01.03.01 Mathematician (bachelor degree level). Available at: <http://fgosvo.ru/news/1/403#Par35> (accessed 28.09.2018). (in Russian)
6. Tagaeva E.A. Theoretical foundations of teaching senior classes students solving problems in algebra and mathematical analysis in terms of continuity between school and university. *The Humanities and Education*, 2016, no. 3, pp. 58–61. (in Russian)
7. Kapkaeva L.S. Succession in the Organisation of Independent Study Work of Bachelor and Master Degree Students. *Integration of Education*, 2012, no. 2, pp. 42–47. (in Russian)
8. Zainiev R.M. Innovation technologies in mathematical education of technical personal. *RUDN bulletin Education Informatization series*, 2009, no. 1, pp. 43–49. (in Russian)
9. Antonova I.V. Realization of the principle of continuity of training in mathematics at average and highest schools: Diss. PhD Ped. Sci., Moscow. 2005. 197 p. (in Russian)
10. Tagaeva E.A. Realization of continuity of training in algebra and to the beginnings of the mathematical analysis in system school higher education institution by means of information and communication technologies. *Pedagogical informatics*, 2016, no. 4, pp. 27–31. (in Russian)
11. Aslanov R.M., Li O.V., Muradov T.R. Calculus. Short course: manual for students of higher educational institutions. Moscow, Prometheus Publ., 2014. 284 p. (in Russian)
12. Polovko A.M. Derive for the student. Saint-Petersburg, BHV Publ., 2005. 352 p. (in Russian)
13. Tomson V.S., Sukacheva T.G. Use of computer technologies in training in the mathematical analysis. Differential calculus: educational and methodical grant. Veliky Novgorod. 2015. 54 p. (in Russian)
14. Safonov V.I. Realization of methods of mathematics and informatics with use of opportunities of specialized software products. *Teaching Experiment in Education*, 2016, no. 3, pp. 19–26. (in Russian)
15. Tagaeva E.A. Possibilities of using the Geogebra program while solving the problems on algebra and the top of mathematical analysis in the medium school. *Teaching Experiment in Education*, 2018, no. 1, pp. 48–52. (in Russian)
16. GeoGebra Free Math Apps – used by over 100 Million Students & Teachers Worldwide. Available at: <http://>

- geogebra.org.(accessed 26 September 2018).
17. GeoGebra – free mathematical program. Available at: <https://vellisa.ru/> (accessed 26 September 2018).
 18. Klllogjeri Qamil, Klllogjeri Pellumb. GeoGebra: calculation of centroid. *European researcher*, 2012, no. 9-3(30), pp. 1527–1537. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18429926> (accessed 26 September 2018).
 19. Binterová H., Šulista M. GeoGebra software use within a content and language integrated learning environment. *European Journal of Contemporary Education*, 2013, no. 2(4), pp. 100–116. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19406235> (accessed 26 September 2018).
 20. Radović, Slaviša Teaching materials «Surface area of geometric figures, created using the software package Geogebra». *European journal of contemporary education*, 2013, no. 4, pp. 72–80.
 21. Larin S.V. Algebra and the mathematical analysis with GeoGebra. *Bulletin of the Krasnoyarsk state pedagogical university of V.P. Astafyev*, 2013, no. 1, pp. 236–240.
 22. Aleksanyan G.A. Application of opportunities of the GeoGebra program when studying the subject "The Simplest Transformations of Schedules". *Modern problems of science and education*, 2017, no. 5. Available at: <http://science-education.ru/ru/article/view?id=26815> (accessed 27 September 2018).
 23. Gromova E.V., Safuanov I.S. Application of the computer mathematical GeoGebra program in training in a concept of function. *Science and education*, 2014, no. 4, pp. 113–131.
 24. Alimov Sh.A. Algebra and beginnings of the mathematical analysis 10–11 classes: the textbook for pupils of educational institutions (basic and profound. levels). Moscow, Education Publ., 2016. 463 p.
 25. Kudryavtsev L.D. Course of the mathematical analysis. In 3 Vol. V.3. Harmonious analysis. Elements of the functional analysis. Moscow, Drofa Publ., 2006. 351 p.
 26. Ferenchuk L.V. Continuity problems in training in mathematics between school and higher education institution. *Territory of science*, 2013, no. 5, pp. 20–25.
 27. Bakaeva O.A. Specifics of the Use of Crosstabulation in Pedagogics and Educational Process. *Integration of Education*, 2012, no. 1, pp. 58–61.
 28. Bakaeva O.A. Classification and use of electronic educational resources in modern educational process. Collective monograph "Innovative Development of Science and Education". Penza, 2018. pp. 24–31.

Информация об авторах

Сафонов Владимир Иванович

(Россия, г. Саранск)

Доцент, кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры информатики и вычислительной
техники

Мордовский государственный педагогический
институт имени М. Е. Евсевьева

E-mail: wawans@yandex.ru

Бакаева Ольга Александровна

(Россия, г. Саранск)

Кандидат технических наук, доцент кафедры
информатики и вычислительной техники
Мордовский государственный педагогический
институт имени М. Е. Евсевьева

E-mail: helga_rm@rambler.ru

Тагаева Екатерина Алексеевна

(Россия, г. Саранск)

Преподаватель кафедры информатики и
вычислительной техники
Мордовский государственный педагогический
институт имени М. Е. Евсевьева

E-mail: katrin_87.08@mail.ru

Information about the authors

Vladimir I. Safonov

(Russia, Saransk)

Associate Professor, Ph.D. (Physical and Mathematical
sciences), Associate Professor of the Department of
informatics and computer facilities

Mordovian State Pedagogical Institute
named after M. E. Evseyev

E-mail: wawans@yandex.ru

Olga A. Bakaeva

(Russia, Saransk)

Ph.D. (Technology), Associate Professor of the
Department of informatics and computer facilities
Mordovian State Pedagogical Institute

named after M. E. Evseyev

E-mail: helga_rm@rambler.ru

Ekaterina A. Tagaeva

(Russia, Saransk)

Lecturer of the Department of informatics and computer
facilities

Mordovian State Pedagogical Institute
named after M. E. Evseyev

E-mail: katrin_87.08@mail.ru